

# Prøv kræfter med kvantemekanikken i QuantumLab på DTU Fysik

ULRICH HOFF, postdoc, QPIT – Quantum Physics and Information Technology, DTU Fysik, ulrich.hoff@fysik.dtu.dk  
OLE TRINHAMMER, chefnanotekar, Nanoteket, DTU Fysik, ole.trinhammer@fysik.dtu.dk

Entanglement er et af kvantemekanikkens mest overraskende fænomener og var centralt for den berømte Bohr–Einstein dialog. Desuden er det et af kerneelementerne i den moderne kvanteteknologi. Med formidlingsinitiativet *QuantumLab* gør vi entanglement eksperimentelt tilgængelig for gymnasieskolens fysikundervisning og giver eleverne mulighed for på egen hånd at arbejde med et af den moderne fysiks paradigmeskiftende resultater – Bells ulighed. Tilbuddet er en del af undervisningslaboratoriet Nanoteket ved DTU Fysik.

## KVANTEREVOLUTIONER

Det er en kendt historie, at Max Plancks teoretiske arbejde med sortlegemestrålingen i 1901 [1], Albert Einsteins forklaring af den fotoelektriske effekt i 1905 [2] og tidens eksperimentelle arbejde inden for atomfysikken først ledte til hypotesen om eksistensen af et universelt virkningskvantum  $h$  og kvantiseringen af det elektromagnetiske felt, og efterfølgende en generel kvantisering af fysikken. Anført af Niels Bohr resulterede denne proces i den gradvise formulering af kvantemekanikken op gennem 1920'erne og 1930'erne og dermed nok den største erkendelsesmæssige omvæltning, den moderne fysik har gennemgået. På få årtier blev gyldighedsområdet for den tidligere deterministiske mekanik reduceret til blot et grænsetilfælde af den nye underliggende probabilistiske kvantemekanik. Den sædvanlige matematiske formalisme blev erstattet af en abstrakt ikke-kommuterende operatoralgebra, fysikken kunne ikke længere udtale sig om resultatet af individuelle målinger, men kun statistiske egenskaber ved ensembler af målinger og den tidligere grundtanke om en objektiv observatør adskilt fra det observerede system, i stand til at måle det fysiske systems egenskaber med vilkårlig stor præcision, eksisterede ikke længere – end ikke principielt. Med kvantemekanikken blev "observatøren" en integreret del af det samlede system og målingen resultatet af en vekselvirkning mellem de to dele, der ligegyldig hvad altid havde en virkning på det fysiske objekt. Som Werner Heisenberg senere har formuleret det [3]:

*"What we observe is not nature in itself, but nature exposed to our method of questioning."*

Nu, omtrent et århundrede efter kvantemekanikkens udvikling, er den blevet eksperimentelt konsolideret som fysikkens uden sammenligning bedste model for naturen på atomart og subatomart niveau. Forskningens metoder til at kontrollere og manipulere kvantefysikken er så avancerede at vi står over for det der ofte betegnes som den anden kvanterevolution: transformationen af kvantefysiske fænomener til teknologi, der på afgørende vis kan medvirke til udviklingen af samfundet. Ikke desto mindre er kvantemekanikkens tankegang og beskrivelse

af naturen endnu ikke blevet internaliseret bredt i samfundet. Der er nærmest en berøringsangst over for teorien fordi den betragtes som "uforståelig" og den er sågar omgærdet af en vis grad af mystik. Heldigvis oplever vi på Nanoteket en nysgerrighed omkring kvantemekanikken fra gymnasieskolens fysik-elever, både direkte og gennem lærerne. Formidlingsprojektet QuantumLab sigter netop mod at stimulere og udvide denne nysgerrighed gennem eksperimentelt arbejde med kvantemekanikken på helt fundamentalt niveau. Ved at give eleverne mulighed for at gøre sig "hands-on" erfaringer gøres det abstrakte håndgribeligt og det kan forhåbentlig bidrage til en øget indsigt i en af den moderne fysiks største landvindinger.

## SUPERPOSITIONER OG ENTANGLEMENT

I modsætning til vores dagligdagserfaringer, hvor ting altid befinder sig i bestemte veldefinerede tilstande, så tillader kvantemekanikken, at fysiske objekter er i superpositioner (overlejringer) af sådanne veldefinerede tilstande. Et atom kan således være i en vilkårlig blanding af to energiniveauer og en fotonens polarisation kan være i en superposition af, at det elektriske felt svinger i horisontal og vertikal retning. Matematisk repræsenteres sådan en tilstand ved en tilstandsvektor

$$|\psi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad (1)$$

hvor  $\{a, b\} \in \mathbb{C}$  og  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ . I dette tilfælde kan kvantemekanikkens *bra-ket notation* ( $|\cdot\rangle$  er en *ket* og  $\langle\cdot|$  en *bra*) direkte erstattes med plangeometriens mere velkendte enhedsvektorer

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

mens de tilsvarende bra-vektorer fås ved transponering, fx

$$\langle H| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T = (1 \quad 0) \quad (3)$$

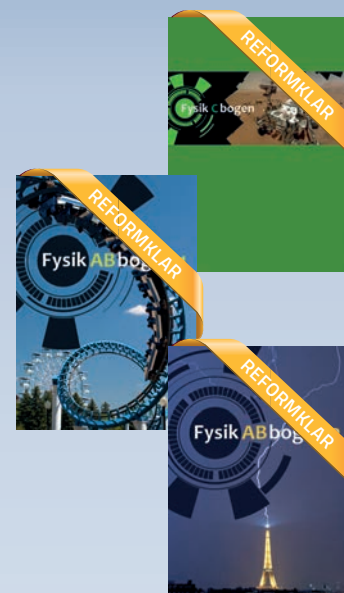
Tilstanden i (1) betyder ikke, at fotonen i realiteten er i den ene eller den anden polarisationstilstand og at superpositionen blot er et udtryk for manglende viden. Fotonens polarisation er både horisontal og vertikal på samme tid. Men i det øjeblik, der foretages en måling, vil fotonen blive kollapsed ned i enten den ene eller anden veldefinerede tilstand. Ifølge *Københavnfortolkningen* af kvantemekanikken er tilstandsvektoren en matematisk abstraktion uden fysisk realitet, som repræsenterer en komplet beskrivelse af det fysiske system, og vi kan ved hjælp af denne beregne sandsynligheden for at målingen giver det ene eller andet resultat, fx

# FYSIK – til reformen 2017

## FYSIKBOGEN

Systemet FysikBogen er klar til reformen. Systemet er opbygget med korte og klare introduktioner til hvert emne og indeholder beregningsopgaver, "tænke"-opgaver og forslag til både traditionelle og induktive eksperimenter.

- **FysikCbogen** er udkommet i en helt ny bearbejdet udgave som iBog® og bog. I den nye udgave er der lagt vægt på fagets kvantitative sider, så der nu er langt flere formler og beregningsopgaver end tidligere.
- **FysikABbogen 1** er som iBog® blevet opdateret. Ny udgave af bogen udkommer efterår 2017.
- **FysikABbogen 2** vil blive revideret senere og udkommer som iBog® og bog i fornyet version i løbet af skoleåret 2017-2018.

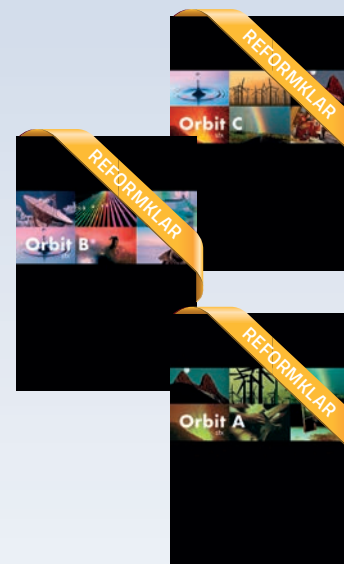


## ORBIT

### Orbit stx

Orbit-serien til stx fremstår som et komplet system, der med gennemarbejdede tekster tilbyder faglig dybde og overskuelighed for både elev og lærer.

- **Orbit C stx** (iBog® og ny bog) dækker hele niveau C
- **Orbit B stx** (iBog® og ny bog) dækker hele niveau B
- **Orbit A stx** (iBog®) vil dække tredje år på niveau A og bygger videre på **Orbit B stx**.



### ORBIT htx/eux

Orbit-serien til htx og eux er fra ultimo oktober klar til reformen. iBogen til niveau B gennemskrives med tydeliggørelse af kernestoffet, strammere struktur og forbedret navigation.

- **Orbit B htx/eux** dækker hele niveau B
- **Orbit A htx** dækker sammen med Orbit B htx/eux hele niveau A



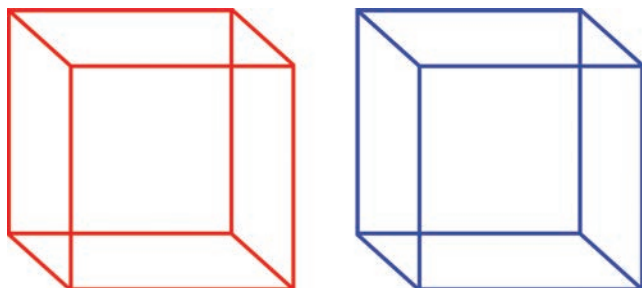
$$p_H = |\langle H | \psi \rangle|^2 = \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right|^2 = |a|^2 \quad (4)$$

og tilsvarende for  $p_V$ .

Hvis det fysiske system består af to partikler, fx to fotoner, der på et tidligere tidspunkt har vekselvirket, så vil systemet generelt være i en entangled ("sammenfiltret") tilstand. Et eksempel på en maksimalt entangled to-partikel tilstand er

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |H\rangle_2 + |V\rangle_1 |V\rangle_2) \quad (5)$$

hvor indekseringen angiver tilstande for hhv. system 1 og 2. Tilstanden kan ikke faktoriseres som et produkt af en tilstand, for den ene foton og en tilstand for den anden,  $|\Phi^+\rangle \neq |\psi\rangle_1 |\phi\rangle_2$ , og ingen af de to fotoner har derfor en veldefineret polarisation. Ikke desto mindre giver den samlede tilstandsvektor en komplet beskrivelse af systemet – med andre ord ved vi alt der er at vide om helheden, men absolut intet om de enkelte dele. Først i det øjeblik vi foretager en måling fastlægges polarisationen, og en måling på den ene foton vil også øjeblikkeligt fastlægge polarisationen af den anden. Også selvom de befinder sig i hver sin ende af Universet. Målingen kollapser to-partikel superpositionen til et produkt af veldefinerede tilstande for hver af fotonerne. Fig. 1 viser et eksempel på en geometrisk analogi på den entangled tilstand i (5). Einstein betragtede denne tilsyneladende øjeblikkelige vekselvirkning på tværs af rummet som ufysisk og en utilfredsstillende model for den fysiske virkelighed, og refererede til det som "spooky action at a distance".



Figur 1  
Geometrisk analogi på en entangled tilstand mellem to objekter. Vi har det fulde billede af objekterne, men kan ikke rigtig fastlægge perspektivet på de individuelle dele. Prøv at fokusere på den ene figur og beslut hvordan perspektivet er – hvad sker der med perspektivet for den anden?

## EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN

Det er forståeligt hvis fænomener som entanglement vækker skepsis over for det verdensbillede kvantemekanikken præsenterer os for. Sådan har flere af historiens største videnskabsfolk også haft det. En af de største kritikere var Einstein, der på trods af selv at have ydet afgørende bidrag til kvanteteoriens udvikling, ikke kunne forlige sig med fraværet af en underliggende determinisme bag Københavnerfortolkningens sandsynligheder. Dette førte til en årelang diskussion mellem Bohr og Einstein om, hvorvidt kvantemekanikken var en korrekt beskrivelse af naturen, kendt som *Bohr-Einstein dialogen*. I første fase af diskussionen var omdrejningspunktet for Einsteins



Figur 2  
En af de mange lejligheder hvorved Niels Bohr og Albert Einstein mødtes og diskuterede udviklingen og fortolkningen af den nye kvantemekanik. Leiden 1925. Foto: [nbi.ku.dk/hhh/bohr/bohr/koe-benhavnerfortolkningen](http://nbi.ku.dk/hhh/bohr/bohr/koe-benhavnerfortolkningen).

kritik Heisenbergs ubestemthedsrelation og den manglende kausale forklaring af den tilsyneladende fundamentale ubestemthed af fysiske størrelser som kvantemekanikken dikterer. Einstein accepterede senere hen ubestemtheden som en praktisk eksperimentel begrænsning som resultat af den nødvendige vekselvirkning mellem objekt og måleinstrument i forbindelse med selve måleprocessen. Kritikken blev i stedet rettet mod, hvorvidt kvantemekanikken kunne betragtes som en komplet teori eller blot et skridt på vejen mod en mere endegyldig naturbeskrivelse, og kulminationen blev *Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradokset* i 1935 [4].

EPR vendte på elegant vis kvantemekanikken imod sig selv med følgende argumentation: Antag at tilstandsvektoren generelt repræsenterer en komplet beskrivelse af et fysisk system. Betragt to vidt adskilte partikler, der som resultat af en tidligere vekselvirkning er i en entangled tilstand, fx (5). I det tilfælde er det gennem målinger af to forskellige observable for partikel 1 principelt muligt at fastlægge veldefinerede tilstande

for to ikke-kommuterende observable (fx position og impuls for hvilke der gælder, at  $[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ ) for partikel 2. Da partiklerne er adskilte og derfor ikke kan have en indbyrdes påvirkning på hinanden, kan målingen på partikel 1 ikke påvirke partikel 2. Det betyder, at der for partikel 2 må være samtidigt eksisterende veldefinerede tilstande for to ikke-kommuterende observable, hvilket er i modstrid med Heisenbergs ubestemthedsrelation. Konklusionen er derfor, at antagelsen om at tilstandsvektoren giver en komplet beskrivelse af et fysisk system er falsk. EPR artiklen afsluttes med fig. paragraf:

*"While we have thus shown that the wave function [tilstandsvektor] does not provide a complete description of the physical reality, we left open the question of whether or not such a description exists. We believe, however, that such a theory is possible."*

Dermed åbnes op for eksistensen af "skjulte variable", der potentielt kan supplere kvantemekanikkens beskrivelse og genskabe kausalitet og determinisme. I 1935 skrev Einstein i et brev til den moderne naturvidenskabelige metodes fader, Karl Popper [5]:

*"An orthodox quantum theorist will say, of course, that there is no such thing as a complete description and that there can be only a statistical description of an aggregate of systems, rather than a description of one single system. But first of all, he ought to say so clearly; and secondly, I do not believe that we shall have to be satisfied for ever with so loose and flimsy a description of nature."*

EPR argumentationen baserer sig på antagelsen af to grundlæggende klassisk-fysiske principper: (1) *lokalitet*, der dikterer at en handling et sted i rummet ikke kan have en øjeblikkelig virkning et andet sted. Specifikt kan der ikke være en årsag-virkningssammenhæng mellem begivenheder, der er rumligt adskilt med en afstand større end lyset kan nå at tilbagelægge mellem at begivenhederne finder sted; (2) *realisme*, der indebærer at fysiske observable til enhver tid kan tilskrives veldefinerede værdier uafhængigt af om de observeres. Kombinationen af de to principper betegnes lokalrealisme.

## BELLS ULIGHED

EPR paradokset var et hårdt angreb på Københavnerfortolkningen, men det lykkedes Bohr at afmontere Einsteins kritik af kvantemekanikken som en ikke-komplet teori med indførelsen af komplementaritetsbegrebet [6]. Trods fraværet af eksperimentel evidens blev Bohr anset som sejrende i den årelange debat, og der blev i vid udstrækning lagt låg på hele fortolkningsspørgsmålet gennem de følgende tre årtier.

Først i 1964 lykkedes det den nordirske fysiker John S. Bell at udlede det teoretiske resultat der senere er blevet kendt som Bells ulighed [7], og som gør det muligt eksperimentelt at sammenholde kvantemekanikkens forudsigelser med forudsigelserne af en vilkårlig "kvanteteori" suppleret med lokale skjulte variable. Bells intention var at underbygge hypotesen om skjulte variable, men hans arbejde førte tværtimod til den endelige bekræftelse af kvantemekanikkens ikke-lokale korrelationer. I det følgende gennemgås udledningen af en ækvivalent formulering af Bells ulighed, kendt som CHSH-uligheden [8], som er grundlaget for eksperimenterne i QuantumLab. Udgangspunktet er at studere grænserne for de forudsigelser en kvanteteori med lokale skjulte variable kan give, og derfor antages indledningsvist lokalitetsprincippet og eksistens af skjulte variable  $\lambda$ . De skjulte variable repræsenterer en opsummering af den information kvantemekanikkens tilstandsvektor skal suppleres med for med sikkerhed at kunne forudsige udfaldet af individuelle målinger. Bell skrev i sin oprindelige artikel:

*"It is a matter of indifference in the following whether  $\lambda$  denotes a single variable or a set, or even a set of functions, and whether the variables are discrete or continuous"* [7].

Det antages desuden, at hvis et eksperiment gentages mange gange, så vil fordelingen af de  $\lambda$ -værdier der bestemmer de enkelte udfald være beskrevet ved en sandsynlighedsfordeling  $p(\lambda) \geq 0$  med egenskaben

$$\int p(\lambda)d\lambda = 1 \quad (6)$$

Vi betragter nu en jævn strøm af identisk præparerede fotonpar, der sendes ud til rumligt adskilte detektorer, hver med mulighed for at måle den modtagne fotonens polarisation i en af to forskellige polarisationsbaser givet ved de eksperimentelle indstillinger  $\alpha, \alpha'$  for detektor 1 og  $\beta, \beta'$  for detektor 2. De mulige udfald er i alle tilfælde  $\pm 1$  og målingerne repræsenteres ved

$$\begin{aligned} A &= A(\alpha, \lambda) = \pm 1, & B &= B(\beta, \lambda) = \pm 1 \\ A' &= A(\alpha', \lambda) = \pm 1, & B' &= B(\beta', \lambda) = \pm 1 \end{aligned} \quad (7)$$

hvor  $A, A'$  er de to mulige udfald ved detektor 1 og  $B, B'$  er de to mulige udfald ved detektor 2. Det enkelte udfald er forudbestemt gennem den eksplicite afhængighed af  $\lambda$  og antagelsen om lokalitet er indbygget gennem den indbyrdes uafhængighed af de eksperimentelle indstillinger. Af definitionerne følger en fast relation mellem summen og differensen af  $B$  og  $B'$  som let ses af Tabel I.



$B + B'$		$B$	
		+1	-1
$B'$	+1	+2	0
	-1	0	-2

$B - B'$		$B$	
		+1	-1
$B'$	+1	0	-2
	-1	+2	0

Tabel I  
Relation mellem målingerne  $B$  og  $B'$ . Den ene kombination er altid lig med  $\pm 2$ , mens den anden er 0.

Vi kan nu konstruere parameteren

$$s = A(B - B') + A'(B + B'). \quad (8)$$

og af (7) og Tabel I følger, at denne kombination af måleresultaterne kun kan antage værdierne  $s = \pm 2$ . Indsættes definitionerne fra (7) i (8) kan vi beregne middelværdien af  $s$  over fordelingen af skjulte variable:

$$\begin{aligned} S &= \int s p(\lambda) d\lambda \\ &= \langle A(\alpha, \lambda) B(\beta, \lambda) - A(\alpha, \lambda) B(\beta', \lambda) \\ &\quad + A(\alpha', \lambda) B(\beta, \lambda) + A(\alpha', \lambda) B(\beta', \lambda) \rangle \\ &= E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta') \end{aligned} \quad (9)$$

Her har vi udnyttet, at korrelationen mellem to målinger, udregnet over fordelingen af skjulte variable, er givet ved

$$E(\alpha, \beta) = \int A(\alpha, \lambda) B(\beta, \lambda) p(\lambda) d\lambda. \quad (10)$$

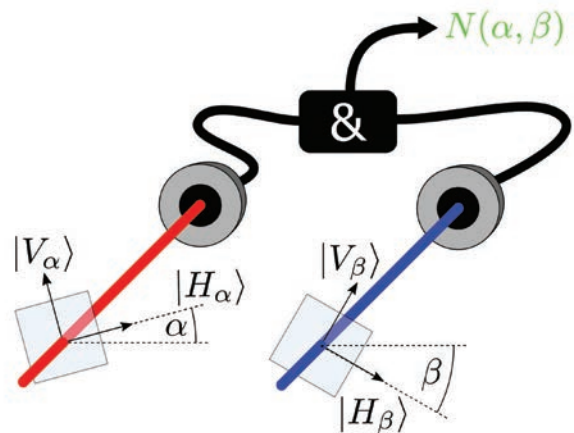
samt at middelværdien er en lineær operation, således at  $\langle X + Y \rangle = \langle X \rangle + \langle Y \rangle$ . Da  $s$  er begrænset til værdierne  $\pm 2$  følger, at middelværdien  $S$  er begrænset til det mellemliggende interval, hvilket fører til CHSH formuleringen af Bells ulighed

$$-2 \leq E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta') \leq 2 \quad (11)$$

Uligheden udtrykker grænserne for (anti)korrelation mellem måleresultaterne for et ensemble af identiske fotonpar, hvor hvert sæt af udfald er bestemt ved en vilkårlig udtrækning fra fordelingen af lokale skjulte variable. Et eksperimentelt brud på uligheden er således et udtryk for, at den grundlæggende antagelse om lokalitet ikke er opfyldt.

### Hvad forudsiger kvantemekanikken?

Forestiller vi os, at det samme eksperiment udføres med fotonpar frembragt i den maksimalt entangledede tilstand (5) kan vi til sammenligning udregne kvantemekanikkens forudsigelser om graden af korrelation mellem måleresultaterne. Fig. 3 illustrerer, hvordan fotonernes polarisation kan analyseres vha. polarisatorer, der projicerer den indkommende foton ind på enten



Figur 3  
Eksperimentel analyse af to fotoners polarisation. Ud fra antallet af fotoner  $N(\alpha, \beta)$ , der samtidig rammer detektorerne for polarisatorindstillingerne  $\alpha$  og  $\beta$ , kan man udregne korrelationen  $E(\alpha, \beta)$  mellem fotonernes polarisation.

polarisationstilstanden  $|H_\alpha\rangle = \cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle$  eller  $|V_\alpha\rangle = -\sin(\alpha)|H\rangle + \cos(\alpha)|V\rangle$ , hhv.  $|H_\beta\rangle$  eller  $|V_\beta\rangle$ , hvor  $\alpha$  og  $\beta$  er lokale eksperimentelle indstillinger ved hhv. polarisator 1 og polarisator 2, der fungerer som detektorer. En foton som evt. "slipper" igennem ledes herefter på klassisk vis gennem en optisk fiber til en fotodetektor. Her omsættes fotonen til en elektron, der efterfølgende forstærkes til et målbart elektronisk signal. Det er ved indstillingen af polarisatorerne, at observatøren (eleverne) i bogstavelig forstand har hands-on på den kvantemekaniske måleproces. Hvis detektor 1 måler en foton i tilstanden  $|H_\alpha\rangle(|V_\alpha\rangle)$  svarer det til resultatet  $A(\alpha) = +1(-1)$ , og tilsvarende siger vi, at en foton målt i  $|H_\beta\rangle(|V_\beta\rangle)$  ved detektor 2 svarer til resultatet  $B(\beta) = +1(-1)$ . For et ensemble af målinger er korrelationen i analogi med (10) givet ved

$$E(\alpha, \beta) = \langle A(\alpha) B(\beta) \rangle \quad (12)$$

De mulige polarisationstilstande for et fotonpar og tilsvarende måleresultater er opsummeret i Tabel II.

Målt tilstand	$A(\alpha)$	$B(\beta)$	$A(\alpha)B(\beta)$
$ H\rangle_\alpha  H\rangle_\beta$	1	1	1
$ H\rangle_\alpha  V\rangle_\beta$	1	-1	-1
$ V\rangle_\alpha  H\rangle_\beta$	-1	1	-1
$ V\rangle_\alpha  V\rangle_\beta$	-1	-1	1

Tabel II  
De mulige polarisationstilstande for et fotonpar og tilsvarende måleresultater.

# GIV DIN PASSION VIDERE

Louise Moll Hjort,  
gymnasielærer,  
Frederiksborg Gymnasium og HF

Der var engang, hvor faglig viden altid var bundet ind i bøger. Sådan er det ikke længere. Digitale medier har skabt nye veje til viden. Vi har hele verden inden for få klik. Sådan er virkeligheden både foran og bag katederet.

Gyldendal Gymnasieportaler afspejler et moderne medie billede. Du får solidt fagligt indhold i et fleksibelt format, der giver dig frihed til at plukke og sammensætte undervisningen på din egen måde. Vi opdaterer løbende portalerne med aktuelle kilder og færdige forløb forankret i de nyeste reformer – så du kan fokusere på at dele din passion med næste generation.

**Prøv *Fysikportalen* i fire uger.**  
**Bestil prøveadgang på [fysikportalen.gyldendal.dk](http://fysikportalen.gyldendal.dk)**



Da middelværdien er givet ved en sum af de enkelte udfald vægget med de pågældende udfaldssandsynligheder, følger det af (12) og Tabel II, at korrelationen kan beregnes som

$$E(\alpha, \beta) = P_{HH}(\alpha, \beta) + P_{VV}(\alpha, \beta) - P_{HV}(\alpha, \beta) - P_{VH}(\alpha, \beta) \quad (13)$$

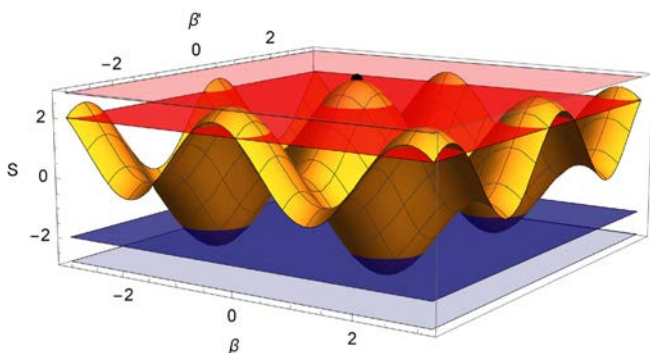
hvor fx  $P_{HV}(\alpha, \beta)$  er sandsynligheden for at detektere fotonerne i tilstandene  $|H_\alpha\rangle$  og  $|V_\beta\rangle$ :

$$P_{HV}(\alpha, \beta) = |\langle H_\alpha | \langle V_\beta | \Phi^+ \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta) \quad (14)$$

Sandsynlighederne kan bestemmes ud fra antallet  $N(\alpha, \beta)$  af samtidige foton-detektioner – koindensener – for de pågældende indstillinger og korrelationen kan beregnes som

$$E(\alpha, \beta) = \frac{N(\alpha, \beta) + N(\alpha^\perp, \beta^\perp) - N(\alpha, \beta^\perp) - N(\alpha^\perp, \beta)}{N(\alpha, \beta) + N(\alpha^\perp, \beta^\perp) + N(\alpha, \beta^\perp) + N(\alpha^\perp, \beta)} \quad (15)$$

Eksperimentelt er det kun fotoner, der projiceres ind på de roterede horisontale tilstande der transmitteres og kan detekteres. Derfor er det nødvendigt at foretage målinger ved de ortogonale polarisatorindstillinger  $\alpha^\perp$  og  $\beta^\perp$ . Fig. 4 viser et plot af  $S$  som funktion af indstillingerne  $\beta$  og  $\beta'$  for faste  $\alpha$  og  $\alpha'$  værdier.



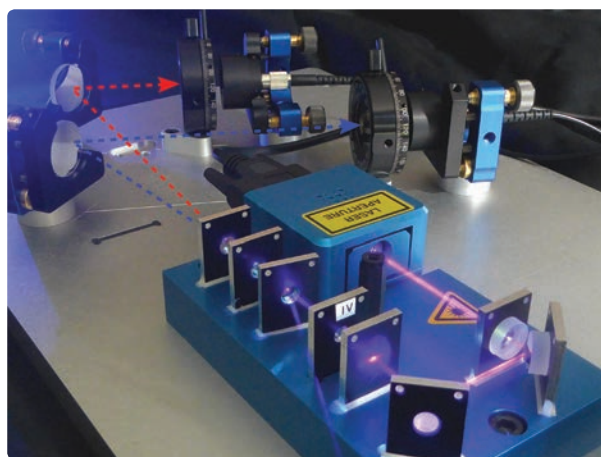
**Figur 4**  
Visualisering af  $S$  for  $\alpha = -\pi/4$  og  $\alpha' = 0$  (gul flade). De mørke planer angiver de øvre (rød) og nedre (blå) grænser  $S = \pm 2$  for teorien baseret på skjulte variable og lokalrealisme. De halvgennemsigtige planer angiver de øvre (lyserød) og nedre (lyseblå) grænser  $S = 2\sqrt{2}$  som forudsiges af kvantemekanikken, og som opnås for nogle særlige eksperimentelle indstillinger bl.a.  $\beta = -\pi/8$  og  $\beta' = \pi/8$ .

Helt afgørende er det, at kvantemekanikken for særlige eksperimentelle indstillinger forudsiger værdier på op til  $S = \pm 2\sqrt{2}$  og dermed overskrider grænserne fastlagt ved Bells ulighed. En eksperimentel bekræftelse af dette betyder at der for entangled tilstande er ikke-lokale korrelationer imellem de enkelte dele af det samlede system.

<sup>\*)</sup> Fx kan  $\langle H_\alpha |$  skrives som  $(\cos(\alpha), \sin(\alpha))$ , hvorved  $\langle H_\alpha | H_1 \rangle = \cos(\alpha)$ .

## EKSPERIMENTERNE

I QuantumLab er det netop Bells ulighed, og dermed en af milepælene i den moderne fysik, vi giver gymnasieskolens elever mulighed for at arbejde med. Vha. en kompakt kvanteoptisk opstilling som vist i Fig. 5 er det muligt at generere entangled fotonpar og studere de korrelationer der er imellem dem. Ultimativt giver det mulighed for at bryde Bells ulighed og dermed vise, at den ellers så rimelige antagelse om lokalitet ikke er korrekt. Det blev første gang bekræftet eksperimentelt i 1982 af Alain Aspect og hans kolleger [9, 10], og nu gør vi det så muligt for alle andre!

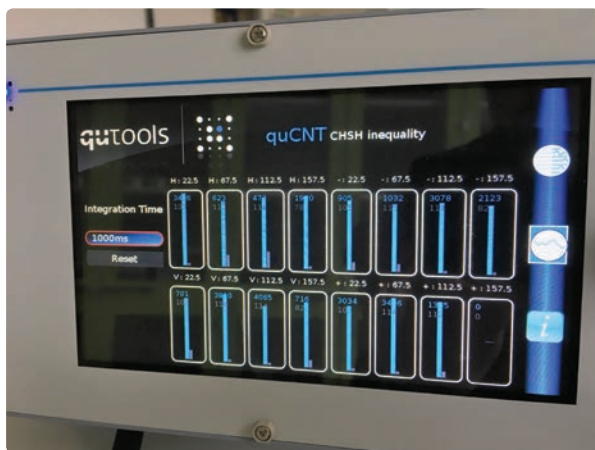
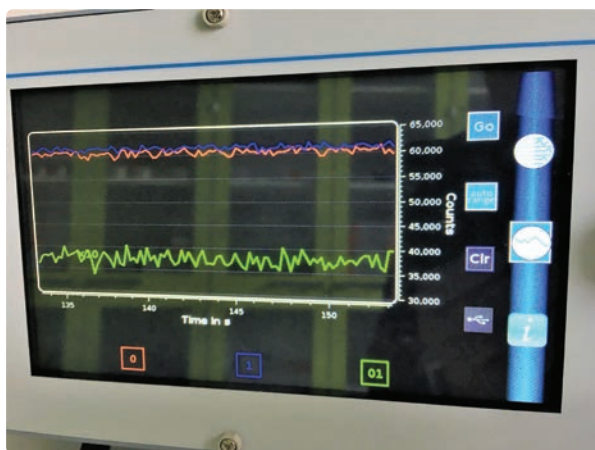


**Figur 5**  
En af de opstillinger man kan arbejde med i QuantumLab. Den intense pumpe laser ( $\lambda_p = 405$  nm) pumper to ikke-lineære krystaller og via spontan parametriske nedkonvertering (SPDC) konverteres en pumpefoton til et entangled fotonpar ( $\lambda = 810$  nm) repræsenteret ved de stiplede pile. Fotonerne udbreder sig i to forskellige rumlige retninger; reflekteres igennem individuelle polarisatorer og kobles derefter ind i optiske fibre. Gennem fibre kobles fotonerne til enkeltfotondetektorer og antallet af fotoner der detekteres inden for et koindensinterval på  $\tau = 25$  ns registreres. Foto: Ulrich Hoff.

Eksperimenterne i QuantumLab er som nævnt tænkt til at give direkte erfaring med kvantefysikken og den teknologi der er involveret i at tøjle fænomener som entanglement. Og der er rig mulighed for at pille, skrue, justere og analysere, for hvis man skal bryde Bells ulighed, så er det vigtigt at man optimerer alle dele af eksperimentet og er omhyggelig med arbejdet. Når man mærker med fingrene, hvor lille en justering af spejlenes vinkel der skal til for at fotonerne ikke længere guides ind i de optiske fibre og med det samme ser, at det målte signal fra enkelt-foton detektorerne ændrer sig, så får man en fornemmelse af hvor følsomt det hele er. Billederne i Fig. 6 viser de signaler der skal optimeres under den indledende del af eksperimentet for at sikre, at så mange som muligt af de genererede fotoner bliver koblet ind i de optiske fibre og efterfølgende kan bli-



ve detekteret. Men det er ikke nok bare at optimere, man skal også hele tiden holde øje med, at man opsamler lige mange fotoner fra de to stråler og at man detekterer så mange koincidenster som muligt. Først når eksperimentet er korrekt oplynet kan man gå videre med at undersøge hvor korreleret polarisationen af de detekterede fotoner er og i sidste ende prøve at bryde Bells ulighed. Afhængig af, på hvilket niveau man ønsker at arbejde med eksperimenterne kan man vælge enten at lade udstyret analysere målingerne for sig og tjekke om Bells ulighed er brudt eller man kan selv analysere statistikkene af måleresultaterne. Gør man det, kan man også undersøge hvordan elektronisk støj i detektorerne påvirker målingerne og hvordan den effekt afhænger af de eksperimentelle parametre.



**Figur 6**  
Øverste foto: Real-time grafisk visning af fotonetektionsbegivenheder. Antallet af detektioner per integrationstid for hver af detektorerne er givet ved de røde og blå grafer mens antallet af koincidenster er givet ved den grønne graf. Nederste foto: De 16 målinger der skal udføres for at evaluere de 4 korrelationsfunktioner i CHSH-versionen af Bells ulighed. For hver måling vises antallet af koincidenster med blått mens det estimerede antal af faldske begivenheder vises med gråt. Når den sidste måling udføres vil det vise sig, om Bells ulighed er brudt og om vi må forkaste den klassiske fysik. Foto: Ulrich Hoff.

Eksperimenterne i QuantumLab rummer mange aspekter af fysikken og giver elever mulighed for at arbejde med nogle af de mest fascinerende dele af den moderne fysik. I modsætning til mange af fysikundervisningens traditionelle eksperimentelle øvelser, der bekræfter teoretiske forudsigelser, så illustrerer et brud af Bells ulighed et egentligt paradigmeskifte i naturvidenskaben gennem falsifikation af den klassiske mekanik. Eksperimenterne forener derved abstrakt teori, praktisk eksperimentelt arbejde og naturvidenskabelig metodik på en måde som vi tror vil gøre samspillet tydeligt for eleverne. Som nævnt er det også muligt at arbejde med eksperimenterne på forskellige niveauer og QuantumLab er allerede blevet besøgt af både fysik-A og fysik-B hold, der alle har haft godt udbytte af arbejdet. Desuden har vi også allerede haft fornøjelsen af at huse en håndfuld SRP projekter, hvor eleverne fik en unik chance for at dykke ned i kvantefysikken på en måde som ikke tidligere har været mulig. Vi håber at mange fysikhold fremover vil benytte sig af det nye tilbud og vi glæder os til at byde jer velkommen!

QuantumLab er blevet realiseret med støtte fra Lundbeckfonden, Otto Mønstedts Fond, Marie og M. B. Richters Fond og DTU Fysik.

## Referencer

- [1] M. Planck, "Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum", *Ann. Phys.* **309**, 553–563 (1901).
- [2] A. Einstein, "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt", *Ann. Phys.* **17**, 132–148 (1905).
- [3] W. Heisenberg, "Physics and Philosophy", Harper Torchbooks (New York), 1958, side 58.
- [4] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?", *Phys. Rev.* **47**, 777–780 (1935).
- [5] K. Popper, "The Logic of Scientific Discovery" (1959), Reprint by Routledge, 2009 (Appendix xii).
- [6] N. Bohr, "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?", *Phys. Rev.* **48**, 696–702 (1935).
- [7] J. S. Bell, "On the Einstein Podolsky Rosen Paradox", *Physics* **1**, 195–200 (1964).
- [8] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, "Proposed experiment to test local hidden-variable theories", *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880–884 (1969).
- [9] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "Experimental realization of Einstein–Podolsky–Rosen–Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91–94 (1982).
- [10] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, "Experimental test of Bell's inequalities using time-varying-analyzers", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804–1807 (1982).